

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Misalkan K adalah lapangan dan A adalah ring. Ring A dengan operasi penjumlahan dan perkalian skalar merupakan ruang vektor atas lapangan K . Selain itu, karena pada ring A dilengkapi operasi perkalian, maka A merupakan bentuk yang lebih khusus dari ruang vektor, yaitu aljabar atas lapangan K (atau aljabar- K).

Pada ruang vektor dikenal konsep mengenai dimensi ruang vektor tersebut, yaitu banyaknya vektor dalam suatu basis dari ruang vektor. Sedangkan, pada aljabar selain dikenal dimensi aljabar sebagai ruang vektor juga terdapat beberapa definisi lain dari dimensi, di antaranya adalah dimensi Krull dan dimensi Gelfand-Kirillov.

Ketertarikan pada dimensi Gelfand-Kirillov diawali dari paper yang dipublikasikan oleh I. M. Gelfand dan A. A. Kirillov (1966). Pada paper tersebut dibuat suatu konjektur yang dikenal dengan Konjektur Gelfand-Kirillov. Pada paper yang ditulis oleh Milnor (1968), diperkenalkan gagasan mengenai *growth* dari grup dan ditunjukkan bahwa *growth* dari ruang Riemann berkaitan dengan bentuk kurvanya. Pengembangan secara sistematis dari sifat-sifat dimensi Gelfand-Kirillov ini dilakukan oleh Borho dan Kraft (1976). Sejak itu, dimensi Gelfand-Kirillov menjadi salah satu invarian standar yang digunakan untuk mempelajari aljabar nonkomutatif.

Sebelumnya, menurut Gabriel dan Rentschler (1967), dimensi Krull merupakan salah satu invarian yang tepat dalam mempelajari aljabar nonkomutatif. Namun, pada dimensi Krull banyak teorema yang membutuhkan hipotesis teknis tambahan seperti sifat simetri dan invarian yang ideal. Kelebihan dari dimensi Gelfand-Kirillov adalah kedua kondisi di atas terpenuhi dan biasanya lebih mudah untuk dihitung. Dua sifat khusus yang memiliki pengaruh besar pada dimensi Gelfand-Kirillov ini adalah kekomutatifan dan kebebasan aljabar dari generator.

Dimensi Gelfand-Kirillov didefinisikan secara berbeda untuk aljabar- K yang dibangun secara berhingga dan aljabar- K yang tidak dibangun secara berhingga. Pada penelitian ini penulis mengkaji dimensi Gelfand-Kirillov khususnya untuk aljabar- K yang dibangun secara berhingga. Selain itu, karena aljabar- K merupakan bentuk yang lebih khusus dari ruang vektor atas lapangan K , penulis juga mengkaji kaitan antara dimensi Gelfand-Kirillov dari aljabar- K dengan dimensi dari aljabar- K sebagai ruang vektor.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas maka diambil perumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana konsep dimensi Gelfand-Kirillov untuk aljabar- K yang dibangun secara berhingga?
2. Adakah kaitan antara dimensi Gelfand-Kirillov dari suatu aljabar- K dengan dimensi aljabar- K sebagai ruang vektor?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui konsep dimensi Gelfand-Kirillov untuk aljabar- K yang dibangun secara berhingga.
2. Untuk mengetahui kaitan dari dimensi Gelfand-Kirillov dari suatu aljabar- K apabila dikaitkan dengan dimensi aljabar- K sebagai ruang vektor.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Memperluas pengetahuan dalam bidang aljabar, khususnya mengenai konsep dimensi Gelfand-Kirillov untuk aljabar atas lapangan K , atau aljabar- K , yang dibangun secara berhingga sehingga dapat digunakan untuk mempelajari aljabar nonkomutatif.
2. Memperoleh kaitan antara dimensi Gelfand-Kirillov dari suatu aljabar- K dengan dimensi aljabar- K sebagai ruang vektor.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan latar belakang penulisan, rumusan masalah, tujuan, dan manfaat yang ingin dicapai.

2. BAB II KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan teori-teori yang digunakan untuk mengkaji masalah pada penelitian ini. Bagian pertama dari bab ini membahas teori bilangan real, meliputi himpunan bilangan real, barisan bilangan real dan juga fungsi. Bagian kedua membahas tentang ruang vektor dan modul, meliputi basis dan dimensi ruang vektor juga kaitan antara ruang vektor dan modul. Bagian ketiga membahas mengenai aljabar atas ring dan lapangan, aljabar yang dibangun secara berhingga dan aljabar berdimensi hingga.

3. BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah yang dilakukan dalam mengkaji konsep dimensi Gelfand-Kirillov pada aljabar yang dibangun secara berhingga.

4. BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan pembahasan penelitian.

5. BAB V SIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini diperoleh kesimpulan yang diperoleh dari penelitian dan beberapa saran untuk penelitian selanjutnya.